

Mathematik in der iKM^{PLUS} im Detail

Konstrukt und Kompetenzmodell

Sekundarstufe



Impressum

Simon Eibelhuber & Alexander Aichinger:

Mathematik in der iKM^{PLUS} im Detail. Konstrukt und Kompetenzmodell. Sekundarstufe.

IQS – Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen

Alpenstraße 121, 5020 Salzburg

+43 662 620088-0

office@iqs.gv.at

iqs.gv.at

Salzburg, 2022

Der Beitrag von Mathematik zur Bildung

Bildungstheoretische Orientierung

Die in den Bildungsstandards abgebildeten Kompetenzen orientieren sich an zwei einander ergänzenden bildungstheoretischen Anforderungen Lebensvorbereitung und Anschlussfähigkeit.

Lebensvorbereitung

Eine weitgehend unbestrittene Aufgabe der Schule ist es, die Schüler/innen auf das Leben in unserer Gesellschaft vorzubereiten. Der Mathematikunterricht der Sekundarstufe hat als Zielsetzung, die Lernenden mit jenem mathematischen Wissen und Können auszustatten, das für eine aktive, unbehinderte, reflektierte, kritische und emanzipierte Teilnahme am Leben in unserer Gesellschaft erforderlich und unerlässlich ist.

Mathematik begegnet den Schülerinnen und Schülern nicht nur in lebensweltlichen Zusammenhängen in vielfältiger Weise. Mathematik ist ein Instrument, mit dem sie die Welt, in der sie leben, strukturieren, ordnen und gestalten. Mathematik ist sowohl Erkenntnis- als auch Konstruktionsmittel. Nicht zuletzt ist die Mathematik mit ihren Verfahren aber auch ein Werkzeug zur Lösung von mathematisch modellierten Problemen.

Mathematische Standards, die sich an der Lebensvorbereitung orientieren, werden sich also nicht auf operative Aspekte der Mathematik beschränken können, sondern müssen auch konstruktive (z. B. Modellbilden) und vor allem kommunikative Aspekte der Mathematik (etwa Darstellen, Interpretieren, Begründen) in den Blick nehmen, diese reflektieren und vernetzen.

Anschlussfähigkeit

Viele Schüler/innen besuchen nach der 8. Schulstufe weiterführende Schulen, in denen Mathematik als Pflichtfach geführt wird oder mathematische Kenntnisse in anderen Fächern benötigt und fachspezifisch weiterentwickelt werden. Ähnliches gilt für die Berufsausbildung sowie für spätere Berufe, in denen weiterführende mathematische Anforderungen auftreten. Anschlussfähigkeit fokussiert auf mathematisches Wissen und Können, das als Grundlage für eine weiterführende mathematische Ausbildung bzw. für die Bewältigung von mathematischen Anforderungen, die über Alltagserfordernisse hinausgehen, hilfreich erscheint. Anschlussfähigkeit erfordert nicht grundsätzlich andere mathematische Fähigkeiten als die unmittelbare Lebensvorbereitung, sie verweist jedoch auch auf inhaltliche Erweiterungen, nimmt auf eine deutlichere Explizierung (inner-)mathematischer Zusammenhänge und Strukturen Bedacht und betont spezifische mathematische Tätigkeiten (Formalisieren, Definieren, Beweisen u. Ä.) stärker (BIFIE, 2011, S. 7 f.; IDM, 2007, S. 7 f.).

Mathematik in den Bildungsstandards

Die zu überprüfenden Kompetenzbereiche

Unter „mathematischen Kompetenzen“ werden kognitive Fähigkeiten, kognitive Fertigkeiten und die Bereitschaft, sich mit mathematischen Inhalten auseinanderzusetzen, verstanden. Aufbauend auf den Lehrplänen besteht laut Verordnung der Bildungsstandards das Kompetenzmodell Mathematik aus folgenden Bereichen (BIFIE, 2011):

Die Kompetenzen in den Handlungsbereichen beziehen sich auf die Prozesse bzw. die mathematischen Handlungen, mit denen die Kompetenzen in den Inhaltsbereichen umgesetzt werden. Letztere können aus den Lehrplänen der AHS Unterstufe bzw. der Mittelschule entnommen werden. Als dritte Dimension ist im Kompetenzmodell die Komplexität verortet.

Handlungsbereiche:

- Darstellen, Modellbilden (H1)
- Rechnen, Operieren (H2)
- Interpretieren (H3)
- Argumentieren, Begründen (H4)

Abkürzung	Bezeichnung in den Bildungsstandards	Beschreibung
H1	Darstellen, Modellbilden	<p>Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.</p> <p>Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.</p>
H2	Rechnen, Operieren	<p>Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint die regelhafte Umformung symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte.</p> <p>Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrisches Konstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken ein.</p> <p>Rechnen/Operieren schließt immer auch die verständige und zweckmäßige Auslagerung operativer Tätigkeiten an die verfügbare Technologie ein.</p>
H3	Interpretieren	<p>Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegen sowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten.</p>
H4	Argumentieren, Begründen	<p>Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache.</p> <p>Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.</p>

Inhaltsbereiche:

- Zahlen und Maße (I1)
- Variable, funktionale Abhängigkeiten (I2)
- Geometrische Figuren und Körper (I3)
- Statistische Darstellungen und Kenngrößen (I4)

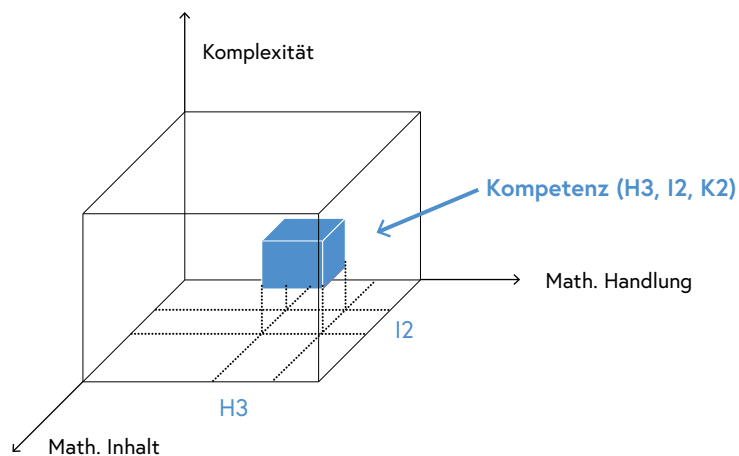
Abkürzung	Bezeichnung in den Bildungsstandards	Beschreibung
I1	Zahlen und Maße	Verschiedene Zahlen und Maße (insbesondere auch in lebenspraktischen Anwendungen)
I2	Variable, funktionale Abhängigkeiten	Variable, Terme und (Un-)Gleichungen; verschiedene Darstellungen funktionaler Zusammenhänge
I3	Geometrische Figuren und Körper	Grundlegende geometrische Begriffe; einfache geometrische Figuren und Körper, deren Eigenschaften und Darstellung (Zeichnung, Konstruktion)
I4	Statistische Darstellungen und Kenngrößen	Tabellarische und grafische Darstellungen statistischer Daten

Komplexitätsbereiche:

- Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten (K1)
- Herstellen von Verbindungen (K2)
- Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren (K3)

Abkürzung	Bezeichnung in den Bildungsstandards	Beschreibung
K1	Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten	Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten meint die Wiedergabe oder direkte Anwendung von grundlegenden mathematischen Begriffen, Sätzen, Verfahren und Darstellungen. In der Regel ist nur reproduktives mathematisches Wissen und Können oder die aus dem Kontext unmittelbar erkennbare direkte Anwendung von mathematischen Kenntnissen bzw. Fertigkeiten geringer Komplexität erforderlich.
K2	Herstellen von Verbindungen	Das Herstellen von Verbindungen ist erforderlich, wenn der mathematische Sachverhalt und die Problemlösung komplexer sind, sodass mehrere Begriffe, Sätze, Verfahren, Darstellungen bzw. Darstellungsformen (aus verschiedenen mathematischen Gebieten) oder auch verschiedene mathematische Tätigkeiten in geeigneter Weise miteinander verbunden werden müssen.
K3	Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren	Reflektieren meint das Nachdenken über Zusammenhänge, die aus dem dargelegten mathematischen Sachverhalt nicht unmittelbar ablesbar sind. Reflektieren umfasst das Nachdenken über eine mathematische Vorgehensweise (Lösungsweg/ Lösung, Alternativen), über Vor- und Nachteile von Darstellungen/Darstellungsformen bzw. über mathematische Modelle (Modellannahmen, Idealisierungen, Aussagekraft, Grenzen des Modells, Modellalternativen) im jeweiligen Kontext sowie das Nachdenken über (vorgegebene) Interpretationen, Argumentationen oder Begründungen.

Durch Kombination von je einem *Handlungs-, Inhalts- und Komplexitätsbereich* entstehen 48 verschiedene Knoten im Kompetenzmodell.



Kompetenzstrukturmodell Mathematik Sekundarstufe 1

Eine objektive Zuordnung von Aufgaben zu einem Komplexitätsbereich gestaltet sich oftmals als schwierig. Zudem erlaubt es der Umfang der iKM^{PLUS} nicht, alle 48 Knotenpunkte mit genügend Aufgaben abzubilden, um weiterhin eine genügend aussagekräftige Rückmeldung für jeden Knotenpunkt zu gewährleisten. Daher wird in der iKM^{PLUS} auf die Komplexitätsdimension verzichtet und auch in der Rückmeldung nicht weiter auf diese Dimension hingewiesen. Das Modell wird um die Komplexitätsdimension reduziert. Es ergibt sich ein vereinfachtes Modell. Es kommen weiterhin Aufgaben zu verschiedenen Komplexitätsbereichen zum Einsatz, diese werden allerdings nicht gesondert berücksichtigt (Schulz, Aichinger & Hartl, 2022).

Mathematikkompetenz in der iKM^{PLUS}

Alle vier Kompetenzen in den Handlungsbereichen können mit allen vier Kompetenzen in den Inhaltsbereichen verknüpft werden, sodass insgesamt 16 Knoten entstehen. Aufgaben der iKM^{PLUS} fokussieren auf je einen Handlungsbereich bzw. Inhaltsbereich, um möglichst exakt einen Knoten abzudecken. Für jede Aufgabe wird jeweils ein Handlungs- und ein Inhaltsbereich eindeutig festgelegt. Das schließt aber nicht aus, dass für die Lösung von Aufgaben teilweise auch andere Kompetenzen einfließen. Denn: Lösungswege in der Mathematik sind vielfältig. Individuell unterschiedliche Denkprozesse von Kindern können nicht ausgeschlossen werden.

Das Kompetenzmodell für Mathematik in der Verordnung zu den österreichischen Bildungsstandards ist für das Ende der 8. Schulstufe gesetzlich verankert (vgl. Bundesministerin für Unterricht, Kunst und Kultur, BGBl. II Nr. 1/2009, Teil 2, Abschnitt 3). Da die iKM^{PLUS} zu

Beginn der 7. bzw. 8. Schulstufe stattfindet, wird das verordnete Kompetenzmodell auf die jeweilige Schulstufe übertragen. Eine Anpassung findet lediglich bezüglich der inhaltlichen Kompetenzen statt, welche sich dem Lehrplan der vorherigen Schulstufe anpassen.

		Handlungsbereiche			
		H 1 Darstellen, Modellbilden	H 2 Rechnen, Operieren	H 3 Interpretieren	H 4 Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereiche	I 1 Zahlen und Maße				
	I 2 Variable, funktionale Abhängigkeiten				
	I 3 Geometrische Figuren und Körper				
	I 4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen				

Kompetenzstrukturmodell Mathematik Sekundarstufe 1

Jede Schülerin/jeder Schüler bearbeitet im Aufgabenheft der iKM^{PLUS} Aufgaben aus allen vier Handlungsbereichen und aus allen vier Inhaltsbereichen respektive den entsprechenden Knoten. Die Abdeckung aller Kompetenzbereiche in jedem Aufgabenheft stellt sicher, dass sämtliche Teilbereiche des Unterrichtsgegenstands Mathematik überprüft werden.

In der Beispielaufgabe „Bevölkerung Österreichs“ ist ein Säulendiagramm mit Bevölkerungszahlen der österreichischen Bundesländer gegeben. Aus dem Diagramm müssen Werte abgelesen werden, um über die Korrektheit von Aussagen zum Kontext entscheiden zu können.

Die Schüler/innen lesen sich die vier Aussagen durch und überlegen, welche Daten sie dazu benötigen. Sie finden die Daten im Diagramm und entscheiden, ob die Aussagen richtig sind oder falsch.

		Handlungsbereiche			
		H 1 Darstellen, Modellbilden	H 2 Rechnen, Operieren	H 3 Interpretieren	H 4 Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereiche	I 1 Zahlen und Maße				
	I 2 Variable, funktionale Abhängigkeiten				
	I 3 Geometrische Figuren und Körper				
	I 4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen			1 von 16 Knoten	

Die Aufteilung der Bevölkerung Österreichs auf die Bundesländer am Ende des Jahres 2017 ist im folgenden Säulendiagramm dargestellt.

Bevölkerung Österreichs nach Bundesländern Ende 2017

Bundesland	Bevölkerungszahl (ca.)
Wien	1.900.000
Niederösterreich	1.600.000
Oberösterreich	1.400.000
Steiermark	1.200.000
Tirol	800.000
Kärnten	600.000
Salzburg	500.000
Vorarlberg	400.000
Burgenland	300.000

Welche Aussage ist richtig, welche falsch?

	Richtig	Falsch
Vorarlberg hat nur halb so viele Einwohner wie die Steiermark.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Wien hat mehr Einwohner/innen als Tirol und Salzburg zusammen.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
In Tirol leben mehr als doppelt so viele Menschen wie im Burgenland.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
In Niederösterreich leben um ca. 200 000 Menschen mehr als in Oberösterreich.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

1 von 16 Knoten – mathematische Kompetenzen:
Verbindung aus je einem Handlungsbereich und einem Inhaltsbereich → Aufgabe in der iKM^{PLUS}

Beispielaufgabe „Bevölkerung Österreichs“

Die Beispielaufgabe verbindet den Handlungsbereich 3 (Interpretieren) mit dem Inhaltsbereich 4 (Statistische Darstellungen und Kenngrößen) zum Knoten H3/I4: Die Schüler/innen können Werte aus statistischen Grafiken ablesen und im jeweiligen Kontext deuten.

In den kommentierten Muster-Aufgabenpaketen wird gezeigt, wie die Aufgaben der iKM^{PLUS} gestaltet sind, die die Schüler/innen bearbeiten. Um in der iKM^{PLUS} möglichst umfassend Aspekte der Mathematikkompetenz zu messen, bearbeiten Schüler/innen Aufgaben mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden, Formaten und Knoten.

Beispiele im Kompetenzstrukturmodell Mathematik Sekundarstufe

Die folgenden Abbildungen verdeutlichen die Unterscheidung zwischen den vier Handlungsbereichen jeweils anhand einer Inhaltlichen Kompetenz. Durch gezielte Anpassung der Aufgabenstellung wird jeweils ein Inhalt in alle vier Handlungsbereiche übertragen.

Inhaltsbereich 1 „Zahlen und Maße“

Alle vier Aufgaben haben einen mathematischen Inhalt aus dem Bereich I1 – konkret die Umwandlung von 1,25 Stunden in 75 Minuten.

		Handlungsbereiche			
		H 1 Darstellen, Modellbilden	H 2 Rechnen, Operieren	H 3 Interpretieren	H 4 Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereiche	I 1 Zahlen und Maße				
	I 2 Variable, funktionale Abhängigkeiten	Es ist jetzt 1,25 Stunden nach 12 Uhr. Zeichne die aktuelle Uhrzeit ein. 	Wandle 1,25 Stunden in Minuten um.	Wie viele Stunden sind zwischen Zeitpunkt 1 und 2 vergangen? 	Miriam behauptet, dass 1,25 Stunden 125 Minuten sind. Warum ist Miriams Behauptung falsch? Begründe.
	I 3 Geometrische Figuren und Körper				
	I 4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen				

Aufgabe: Zeitmaße
1,25 h = 75 min

I1 in Kombination mit allen vier Handlungsbereichen

Darstellen, Modellbilden: Einen arithmetischen Sachverhalt in eine andere mathematische Darstellung übertragen

- Umrechnen einer Zeitangabe
- Die Uhrzeit in einer analogen Uhr einzeichnen

Rechnen, Operieren: Maßeinheiten umrechnen

- Umrechnen einer Zeitangabe

Interpretieren: Zahlenwerte aus grafischen Darstellungen ablesen

- Uhrzeit aus einer analogen Uhr ablesen
- Umrechnen einer Zeitangabe

Argumentieren, Begründen: Mathematische Begründungen angeben, die gegen eine arithmetische Eigenschaft sprechen

- Umrechnen einer Zeitangabe
- Eine nachvollziehbare mathematische Begründung formulieren

Inhaltsbereich 2 „Variable, funktionale Abhängigkeiten“

Alle vier Aufgaben haben einen mathematischen Inhalt aus dem Bereich I2 – konkret eine lineare Gleichung mit einer Unbekannten.

		Handlungsbereiche			
		H 1 Darstellen, Modellbilden	H 2 Rechnen, Operieren	H 3 Interpretieren	H 4 Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereiche	I 1 Zahlen und Maße				
	I 2 Variable, funktionale Abhängigkeiten				
	I 3 Geometrische Figuren und Körper	<p>$x + 10 = 170$ Berechne x.</p>		<p>Alex ist 170 cm groß. Er vergleicht sich mit Simon und stellt eine Gleichung auf. $x + 10 = 170$ Wofür steht x in dieser Gleichung?</p>	<p>Alex ist 170 cm groß, Simon ist 10 cm kleiner. Alex stellt eine Gleichung auf. x steht für Simons Körpergröße: $x - 10 = 170$ Warum ist die Gleichung falsch? Begründe.</p>
	I 4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen				

Alex ist 10 cm größer als Simon. Da du nicht weißt, wie groß Simon ist, bezeichnest du seine Körpergröße mit x .
Drücke die Körpergröße von Alex als Term mit Hilfe der Unbekannten x aus.

I2 in Kombination mit allen vier Handlungsbereichen

Darstellen, Modellbilden: Einen algebraischen Sachverhalt in eine andere mathematische Darstellung übertragen

- Zum Sachverhalt einen passenden Term aufstellen

Rechnen, Operieren: Einfache Gleichungen lösen

- Lösen der Gleichung unter Verwendung individueller Lösungsstrategien

Interpretieren: Algebraisch dargestellte Zusammenhänge im Kontext deuten

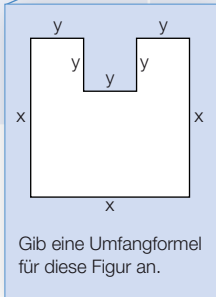
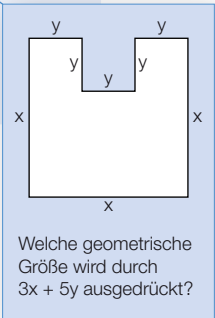
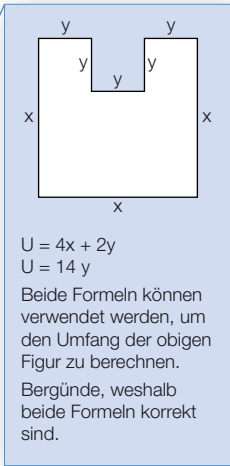
- Zusammenhänge in Gleichungen erkennen

Argumentieren, Begründen: Mathematische Begründungen angeben, die gegen einen algebraischen Lösungsweg sprechen

- Den Fehler in der gegebenen Gleichung erkennen
- Eine nachvollziehbare mathematische Begründung formulieren

Inhaltsbereich 3 „Geometrische Figuren und Körper“

Alle vier Aufgaben haben einen mathematischen Inhalt aus dem Bereich I3 – konkret den Umfang einer geometrischen Figur.

		Handlungsbereiche			
		H 1 Darstellen, Modellbilden	H 2 Rechnen, Operieren	H 3 Interpretieren	H 4 Argumentieren, Begründen
Inhaltsbereiche	I 1 Zahlen und Maße				
	I 2 Variable, funktionale Abhängigkeiten				
	I 3 Geometrische Figuren und Körper				
	I 4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen	 <p>Gib eine Umfangformel für diese Figur an.</p>	<p>Konstruiere eine Figur mit 40 cm Umfang.</p>	 <p>Welche geometrische Größe wird durch $3x + 5y$ ausgedrückt?</p>	 <p> $U = 4x + 2y$ $U = 14y$ Beide Formeln können verwendet werden, um den Umfang der obigen Figur zu berechnen. Begründe, weshalb beide Formeln korrekt sind. </p>

I3 in Kombination mit allen vier Handlungsbereichen

Darstellen, Modellbilden: Einen geometrischen Sachverhalt in eine andere mathematische Darstellung übertragen

- Unter Anwendung von geometrischem Wissen einen Term für den Umfang aufstellen

Rechnen, Operieren: Elementare geometrische Konstruktionen durchführen

- Unter Nutzung des Wissens über den Zusammenhang zwischen Umfang und Seitenlängen einer Figur mit dem Geodreieck eine geeignete geometrische Figur konstruieren

Interpretieren: Geometrische Eigenschaften beschreiben

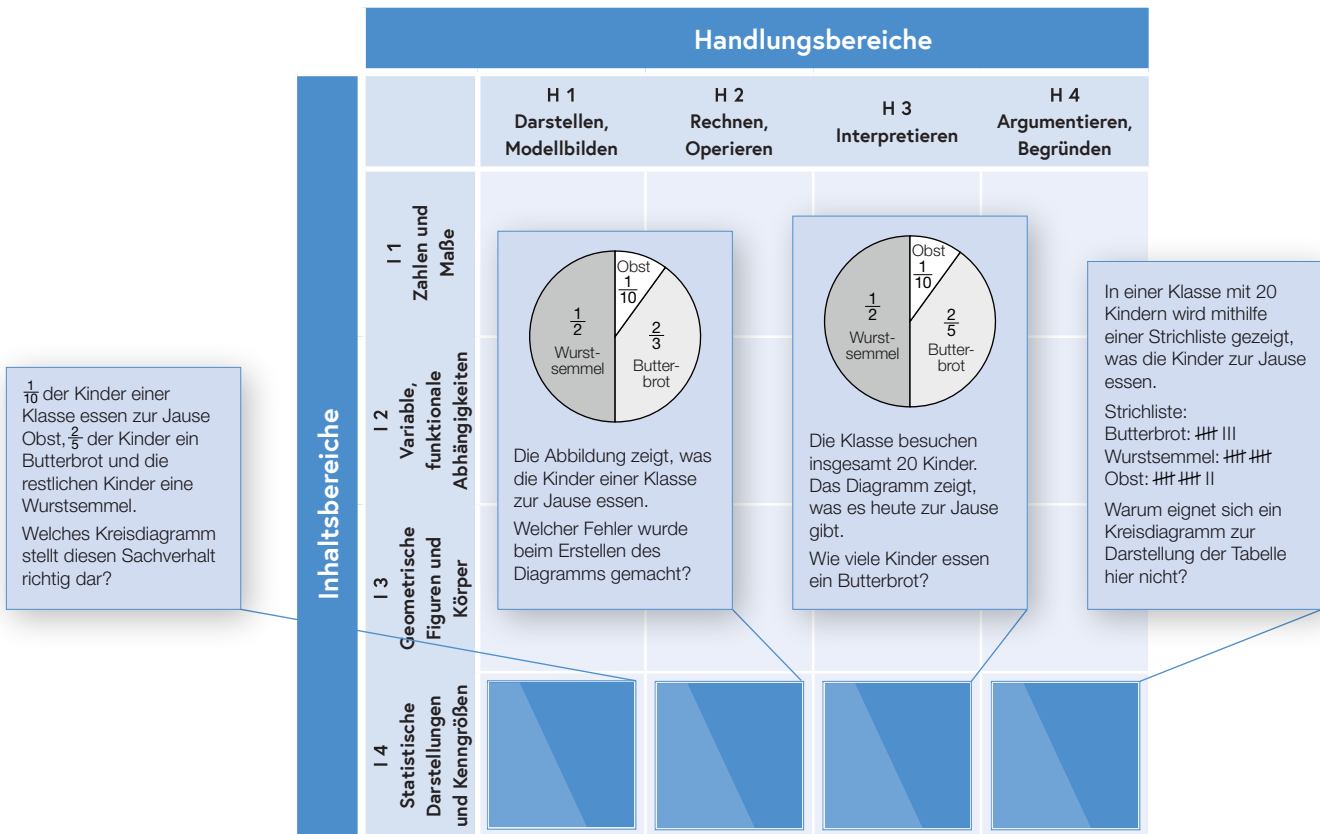
- Zusammenhänge in Termen und grafischen Darstellungen erkennen und im Kontext deuten

Argumentieren, Begründen: Mathematische Begründungen angeben, die für einen geometrischen Lösungsweg sprechen

- Unter Verwendung mathematischer Fachbegriffe eine nachvollziehbare Begründung formulieren

Inhaltsbereich 4 „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“

Alle vier Aufgaben haben einen mathematischen Inhalt aus dem Bereich I4 – konkret ein Kreisdiagramm zu einem statistischen Sachverhalt.



I4 in Kombination mit allen vier Handlungsbereichen

Darstellen, Modellbilden: Einen statistischen Sachverhalt in eine andere mathematische Darstellung übertragen

- Ein passendes Kreisdiagramm zum Sachverhalt erkennen

Rechnen, Operieren: einfache Manipulationen mit statistischen Daten durchführen

- Den Fehler im Kreisdiagramm erkennen und beschreiben

Interpretieren: Werte aus statistischen Tabellen und Grafiken ablesen

- Die zur Fragebeantwortung relevante Information entnehmen

Argumentieren, Begründen: Mathematische Begründungen angeben, die für die Verwendung einer bestimmten statistischen Darstellung sprechen

- Die Entscheidung über die Verwendung einer Darstellungsform argumentativ belegen

Literatur

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE). (Hrsg.). (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe*. Wien. Verfügbar unter: <https://www.iqs.gv.at/downloads/nationale-kompetenzerhebung/materialien-zu-ikm-und-bildungsstandards/publikationen-mathematik>

Bundesministerium für Unterricht und Kunst (BMUK). Lehrpläne der allgemeinbildenden höheren Schulen, BGBl. Nr. 88/1985. Verfügbar unter: <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (BMUKK). Lehrpläne der Mittelschulen. BGBl. II Nr. 185/2012. Verfügbar unter: <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20007850>

Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (BMUKK). Rechtsvorschrift für Bildungsstandards im Schulwesen. BGBl. II Nr. 1/2009. Verfügbar unter: <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20006166>

Schulz, A., Aichinger, A. & Hartl, M. (in Druck). Bildungsstandards Mathematik – von der Theorie zur Nutzung. In A. George, S. Götz, M. Illtischko & E. Süß-Stepancik (Hrsg.), *Empirische Befunde zu Kompetenzen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und Folgerungen für die Praxis* (S. 15–54). Münster: Waxmann.

Anhang: Bildungsstandards in der iKM^{PLUS}

Mathematik

Das Kompetenzmodell für Mathematik auf der 8. Schulstufe legt „Inhaltsbereiche“ fest, wobei die jeweiligen Anforderungen durch bestimmte, in „Handlungsbereichen“ dargelegte Tätigkeiten konkretisiert werden. Der „Komplexitätsbereich“ beschreibt Art und Grad der erforderlichen Vernetzung.

Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden“

Inhaltsbereich „Zahlen und Maße“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- gegebene arithmetische Sachverhalte in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür das unmittelbare Einsetzen von Grundkenntnissen erforderlich ist,
- gegebene arithmetische Sachverhalte in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- Aussagen über die Angemessenheit sowie über Stärken und Schwächen verschiedener mathematischer Darstellungen (Modelle) arithmetischer Sachverhalte machen und bewerten.

Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden“

Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- gegebene algebraische Sachverhalte und funktionale Abhängigkeiten in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür das unmittelbare Einsetzen von Grundkenntnissen erforderlich ist,
- gegebene algebraische Sachverhalte und funktionale Abhängigkeiten in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- Aussagen über die Angemessenheit sowie über Stärken und Schwächen verschiedener mathematischer Darstellungen (Modelle) algebraischer Sachverhalte und funktionaler Abhängigkeiten angeben und bewerten.

Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden“

Inhaltsbereich „Geometrische Figuren und Körper“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- gegebene geometrische Sachverhalte in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür das unmittelbare Einsetzen von Grundkenntnissen erforderlich ist,
- gegebene geometrische Sachverhalte in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,

- Aussagen über die Angemessenheit sowie über Stärken und Schwächen verschiedener Darstellungen (Modelle) geometrischer Sachverhalte machen und bewerten.

Handlungsbereich „Darstellen, Modellbilden“

Inhaltsbereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- gegebene statistische Sachverhalte (Daten) in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür das unmittelbare Einsetzen von Grundkenntnissen erforderlich ist,
- gegebene statistische Sachverhalte (Daten) in eine (andere) mathematische Darstellung übertragen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- Aussagen über die Angemessenheit sowie über Stärken und Schwächen verschiedener Darstellungen (Modelle) statistischer Sachverhalte machen und bewerten.

Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“

Inhaltsbereich „Zahlen und Maße“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- elementare Rechenoperationen (+, −, •, /, \uparrow , $\sqrt{\quad}$) mit konkreten Zahlen und Größen durchführen sowie Maßeinheiten umrechnen,
- elementare Rechenoperationen (+, −, •, /, \uparrow , $\sqrt{\quad}$) mit konkreten Zahlen und Größen durchführen sowie Maßeinheiten umrechnen, wobei diese Operationen miteinander, mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten verbunden werden müssen,
- Aussagen zur Abfolge, Wirkung, Zulässigkeit, Genauigkeit und Korrektheit arithmetischer Operationen und Lösungswege machen und bewerten sowie Rechenabläufe dokumentieren.

Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“

Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- elementare Rechenoperationen (+, −, •, /, \uparrow , $\sqrt{\quad}$) mit Variablen und Termen durchführen, einfache Terme und (Un-)Gleichungen umformen sowie einfache (Un-)Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen,
- elementare Rechenoperationen (+, −, •, /, \uparrow , $\sqrt{\quad}$) mit Variablen und Termen durchführen, einfache Terme und (Un-)Gleichungen umformen sowie einfache (Un-)Gleichungen und lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen lösen, wobei diese (Rechen-)Operationen miteinander, mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten verbunden werden müssen,
- Aussagen zur Abfolge, Wirkung, Zulässigkeit und Korrektheit algebraischer Operationen und Lösungswege machen und bewerten sowie Rechenabläufe dokumentieren.

Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“

Inhaltsbereich „Geometrische Figuren und Körper“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- elementare geometrische Konstruktionen durchführen,
- elementare geometrische Konstruktionen durchführen, wobei dafür auch Verbindungen zwischen Konstruktionsschritten, mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- Aussagen zur Abfolge, Zulässigkeit und Korrektheit elementarer geometrischer Konstruktionen machen und bewerten sowie Konstruktionsabläufe dokumentieren.

Handlungsbereich „Rechnen, Operieren“

Inhaltsbereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache Operationen und Manipulationen in und mit statistischen Daten durchführen,
- einfache Operationen und Manipulationen in und mit statistischen Daten durchführen, wobei dafür auch Verbindungen mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- Aussagen zur Abfolge, Wirkung, Zulässigkeit und Korrektheit einfacher Operationen bzw. Manipulationen mit statistischen Daten machen und bewerten sowie derartige Operationen dokumentieren.

Handlungsbereich „Interpretieren“

Inhaltsbereich „Zahlen und Maße“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- Zahlenwerte aus Tabellen, grafischen oder symbolischen Darstellungen ablesen und sie sowie Rechenoperationen und Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten,
- Zahlenwerte aus Tabellen, grafischen oder symbolischen Darstellungen ablesen, sie miteinander, mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten verbinden und sie sowie Rechenoperationen und Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten,
- Aussagen zur Angemessenheit und Aussagekraft kontextbezogener Interpretationen von Zahlenwerten, Rechenoperationen und Rechenergebnissen machen und bewerten.

Handlungsbereich „Interpretieren“

Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- algebraisch, tabellarisch oder grafisch dargestellte Strukturen und (funktionale) Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten,
- algebraisch, tabellarisch oder grafisch dargestellte Strukturen und (funktionale) Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten, wobei dafür auch Verbindungen mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,

- Aussagen zur Angemessenheit und Aussagekraft kontextbezogener Interpretationen von algebraisch, tabellarisch oder grafisch dargestellten (funktionalen) Zusammenhängen machen und bewerten.

Handlungsbereich „Interpretieren“

Inhaltsbereich „Geometrische Figuren und Körper“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- geometrische Figuren, Körper und Eigenschaften/Beziehungen beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten,
- geometrische Figuren, Körper und Eigenschaften/Beziehungen beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- Aussagen zur Angemessenheit und Aussagekraft kontextbezogener Interpretationen von geometrischen Figuren, Körpern und Eigenschaften/Beziehungen machen und bewerten.

Handlungsbereich „Interpretieren“

Inhaltsbereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- Werte aus statistischen Tabellen und Grafiken ablesen, Strukturen, Muster und Zusammenhänge erkennen und diese sowie statistische Kennzahlen im jeweiligen Kontext deuten,
- Werte aus statistischen Tabellen und Grafiken ablesen, Strukturen, Muster und Zusammenhänge erkennen, und diese sowie statistische Kennzahlen im jeweiligen Kontext deuten, wobei die Daten miteinander, mit anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten in Verbindung gesetzt werden müssen,
- Aussagen zur Angemessenheit und Aussagekraft kontextbezogener Interpretationen von statistischen Tabellen, Grafiken und Kennzahlen machen und bewerten.

Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“

Inhaltsbereich „Zahlen und Maße“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen ein bestimmtes arithmetisches (Rechen-)Modell, eine arithmetische Operation, eine arithmetische Eigenschaft/Beziehung, einen arithmetischen Lösungsweg oder eine bestimmte Lösung sprechen,
- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen ein bestimmtes arithmetisches (Rechen-)Modell, eine arithmetische Operation, eine arithmetische Eigenschaft/Beziehung, einen arithmetischen Lösungsweg oder eine bestimmte Lösung sprechen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,

- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumente bzw. Begründungen bezüglich arithmetischer (Rechen-)Modelle, arithmetischer Operationen, arithmetischer Eigenschaften/Beziehungen, arithmetischer Lösungswege oder Lösungen erkennen sowie begründen, warum eine arithmetische Argumentation oder Begründung (un-) zutreffend ist.

Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“

Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen ein bestimmtes algebraisches oder funktionales Modell, eine algebraische oder funktionale Darstellung, eine algebraische Operation oder einen bestimmten algebraischen Lösungsweg sprechen,
- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen ein bestimmtes algebraisches oder funktionales Modell, eine algebraische oder funktionale Darstellung, eine algebraische Operation oder einen bestimmten algebraischen Lösungsweg sprechen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumente bzw. Begründungen bezüglich algebraischer oder funktionaler Darstellungen und Modelle, bezüglich algebraischer Operationen oder algebraischer Lösungswege erkennen sowie begründen, warum eine algebraische oder funktionale Argumentation bzw. Begründung (un-)zutreffend ist.

Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“

Inhaltsbereich „Geometrische Figuren und Körper“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen ein bestimmtes geometrisches Modell, eine geometrische Darstellung, eine geometrische Konstruktion, eine geometrische Eigenschaft/Beziehung oder einen bestimmten geometrischen Lösungsweg sprechen,
- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen ein bestimmtes geometrisches Modell, eine geometrische Darstellung, eine geometrische Konstruktion, eine geometrische Eigenschaft/Beziehung oder einen bestimmten geometrischen Lösungsweg sprechen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumente bzw. Begründungen bezüglich geometrischer Darstellungen und Modelle, bezüglich geometrischer Konstruktionen, geometrischer Eigenschaften/Beziehungen oder geometrischer Lösungswege erkennen sowie begründen, warum eine geometrische Argumentation bzw. Begründung (un-) zutreffend ist.

Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“

Inhaltsbereich „Statistische Darstellungen und Kenngrößen“

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen die Verwendung einer bestimmten statistischen Kennzahl, einer statistischen Darstellung, eines statistischen Satzes, einer statistischen Vorgehensweise oder einer bestimmten Interpretation statistischer Daten sprechen,
- mathematische Argumente nennen bzw. Begründungen angeben, die für oder gegen die Verwendung einer bestimmten statistischen Kennzahl, einer statistischen Darstellung, eines statistischen Satzes, einer statistischen Vorgehensweise oder einer bestimmten Interpretation statistischer Daten sprechen, wobei dafür auch Verbindungen zu anderen mathematischen Inhalten (Begriffen, Sätzen, Darstellungen) oder Tätigkeiten hergestellt werden müssen,
- zutreffende und unzutreffende mathematische Argumente bzw. Begründungen bezüglich statistischer Darstellungen und Kennzahlen, bezüglich statistischer Sätze, bezüglich bestimmter statistischer Vorgehensweisen oder bestimmter Interpretationen statistischer Daten erkennen sowie begründen, warum eine solche Argumentation bzw. Begründung (un-)zutreffend ist.